

FUNDAMENTACION MATEMATICA DE LA CARACTERIZACION DE LOS MATERIALES QUE COMPONEN EL PAVIMENTO A PARTIR DE LA DEFORMADA SUPERFICIAL A PARTIR DE LA VIGA BENKELMAN

Ing. Marco A. Oliveros G.
Decano Facultad de Ingeniería Civil
Corporación Universitaria del Meta

INTRODUCCIÓN

Para el dimensionamiento de pavimentos, se requiere el conocimiento de las características mecánicas de las diversas capas que constituyen el sistema pavimento-fundación, traducidos a través de los módulos elásticos, coeficiente de Poisson y espesores de las diferentes capas. La estructura diseñada actúa como una respuesta a los diferentes condicionantes destructivos como son la fatiga, deformaciones permanentes y aspectos climáticos.

La obtención de las características mecánicas de los pavimentos en uso, a través de ensayos de laboratorio, además de requerir esfuerzo y tiempo considerable, representa inconvenientes debidos a la dificultad de reproducir en laboratorio las condiciones reales de campo y además la intervención destructiva del pavimentos durante su operación, que ocasiona interferencia en el tráfico para su realización.

Una forma de obtener los módulos elásticos de una estructura existente, por procesos no destructivos es a través de retroanálisis, es entendida en mecánica de pavimentos como un procedimiento analítico para determinar parámetros elásticos del pavimento en condiciones "in-situ" a partir de la interpretación de las deflexiones reversibles (elásticas) medidas en la superficie de la estructura del sistema analizado mediante aplicación de cargas con equipos o instrumentos específicos. Normalmente se requieren realizar algunos sondeos para determinar espesores de capas y recolectar material para elaboración de ensayos de laboratorio, pero en cantidad inferior, para caracterizar la estructura.

ANTECEDENTES

Nuestro país posee una infraestructura vial aproximada de 162.000 Km. de las cuales están pavimentadas alrededor de 16.500 Km, de este valor el 31.1% están en regular y mal estado de servicialidad; lo que implica a corto, mediano y largo plazo, altas y permanentes inversiones por parte del Estado en conservación de vías. Situaciones de este tipo a nivel mundial, ha obligado a investigadores profundizar en el tema de la rehabilitación con el fin de concebir métodos y tecnologías capaces de concebir soluciones de forma ágil y económica.

Esta teoría está desarrollada a partir de las ecuaciones de Boussinesq basadas en la

Teoría de la Elasticidad, donde se relacionaban los esfuerzos, las deformaciones y los desplazamientos mediante cargas puntuales y uniformes sobre áreas circulares. Con la evolución se utilizaron placas de carga para evaluar carreteras y aeropuertos, incluyendo dispositivos de placas en vehículos, con el fin de agilizar la ejecución de los ensayos. La intensificación de los ensayos a través de placas de carga, creó la necesidad de agilizar el proceso y reducir costos, sustituyendo el ensayo de placa por un procedimiento más ágil.

El instrumento para medida de deflexiones del nuevo procedimiento de denominó Viga Benkelman. Este instrumento idealizado por el Ingeniero A. C. Benkelman fue utilizado por primera vez en 1953 en pista experimentales de los EE.UU. La debilidad principal es que mide únicamente la deflexión máxima en el punto de carga, sin poder conocer deflexiones fuera del punto de aplicación (cuenca de deflexiones). En la actualidad existen equipos sofisticados como el FWD, que mantienen el mismo concepto pero que operan a mayor velocidad, y registran mayor información.

APORTES

La presente investigación hace parte de uno de los dos programas inscritos ante **COLCIENCIAS** por parte de la Facultad de Ingeniería Civil de la Corporación Universitaria del Meta. Su duración estará comprendida entre 3 y 4 años y será verificada mediante ensayos de campo con grupos de estudiantes de Ingeniería Civil y Sistemas de último año de carrera.

Su realización será paralela a estudios de Doctorado en Pavimentos del autor, en el Instituto Superior Politécnico –José Antonio Echeverría – de la Habana (Cuba). Para la etapa final se desarrollará un programa computacional con base en el método de los elementos finitos con apoyo de estudiantes de la Facultad de Ingeniería de Sistemas, que permita modelar espesores de refuerzo a partir de ensayos de deflexiones superficiales (retroanálisis).

La aplicación del método de los elementos finitos, nos permitirá además, tener una herramienta poderosa en la solución numérica de un amplio rango de problemas de Ingeniería. Las aplicaciones van desde el análisis por deformación y esfuerzo de estructuras de puentes, hasta análisis de campos de flujo.

MODELO DEL ELEMENTO FINITO

La masa de suelo en estudio se divide en triángulos de lados rectos (elementos) unidos en vértices (nodos). Los desplazamientos en puntos dentro de un elemento tienen que ser representados en términos de desplazamientos nodales del elemento. Las ecuaciones que resulten en la modelación se resolverán a partir de matrices, para determinar esfuerzos, deformaciones y desplazamientos en la región de suelo especificada. Esta información es requerida para el conocimiento de los módulos elásticos del pavimentos mediante el conocimiento de las deformadas superficiales.

METODOLOGÍA

La investigación se abordará de forma cuantitativa, experimental a partir del modelo matemático propuesto, descriptivo y explicativo científico. Igualmente ampliará el portafolio de servicios en el área de pavimentos por parte de la Universidad del Meta.

OBJETIVO

El objetivo de la presente investigación, es la *“Fundamentación matemática de la caracterización de los materiales que componen el pavimento a partir de la deformada superficial mediante la utilización de la viga Benkelman”*.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Implementar una base de datos sobre estructuras de pavimentos a nivel regional y/o nacional con base en deflexiones previamente medidas o de programas de estudiantes practicantes y de Tesinas, con el fin de establecer y correlacionar módulos resilientes comparativos, espesores y deflexiones.
2. Aplicar el método de los elementos finitos, que es una herramienta poderosa en la solución numérica de un amplio rango de problemas de Ingeniería. Las aplicaciones van desde el análisis por deformación y esfuerzo de estructuras de puentes, hasta análisis de campos de flujo.
3. Establecer y validar a partir de la Teoría elástica, la fundamentación matemática. Si el tiempo lo permite, se tratará fundamentos basados en la teoría no elástica.
4. Crear un programa computacional en conjunto con estudiantes de último año de Ingeniería Civil y de Sistemas, para utilización en estudios de rehabilitación de vías a nivel regional y nacional. Este programa puede ser utilizado por Instituciones públicas y privadas.

FUNDAMENTACIÓN MATEMÁTICA

Toda la carga soportada por las diferentes capas de material incluyendo la subrasante o fundación, tienen un comportamiento elástico ante la aplicación de los esfuerzos. Esta teoría “elástica” indica que la relación esfuerzo-deformación es constante, utiliza las ecuaciones de Boussinesq y además trabaja las siguientes hipótesis ⁽³⁾: La Ley de Hooke (E) es válida para todos los materiales, El sistema está en equilibrio, hay continuidad entre capas (esfuerzos y deformaciones), el material está bajo esfuerzos Isotrópicos y el material es homogéneo, el material es linealmente elástico ⁽⁴⁾, es semi-infinito horizontalmente excepto en la última capa que se supone infinita verticalmente y la carga aplicada a la calzada se esquematiza por una presión δ_0 , sobre un círculo de radio a. Si el material es linealmente elástico, la relación de esfuerzos verticales y las deformaciones verticales deberá ser constante (módulo de Young). Igualmente la relación

de deformaciones horizontales y verticales (relación de Poisson's) es constante. En la realidad ⁽⁵⁾ los materiales son no-lineales, en otras palabras su módulo elástico o resiliente depende del nivel de esfuerzos y particularmente ⁽⁵⁾ del nivel medio de esfuerzos: $p = (\delta 1r + \delta 3r) / 2$. Este comportamiento de los materiales fue descrito por Brown and Pell (1967) y Monismith (1971). La presente investigación se fundamentará en la teoría elástica. Mas adelante se explicará brevemente las ecuaciones que relacionan los diferentes comportamientos del suelo de acuerdo al parámetro a estudiar. Las cargas vehiculares se transmiten a través de las ruedas.

En los métodos de diseño mecanicistas ⁽⁶⁾, es necesario conocer el área de contacto de la llanta con el pavimento, Sin embargo la presión de contacto se asume igual a la presión de la llanta. En la figura No. 1, se puede observar los esfuerzos generados en una masa de suelo, al paso de una llanta.

Figura 1. Distribución de esfuerzos bajo cargas

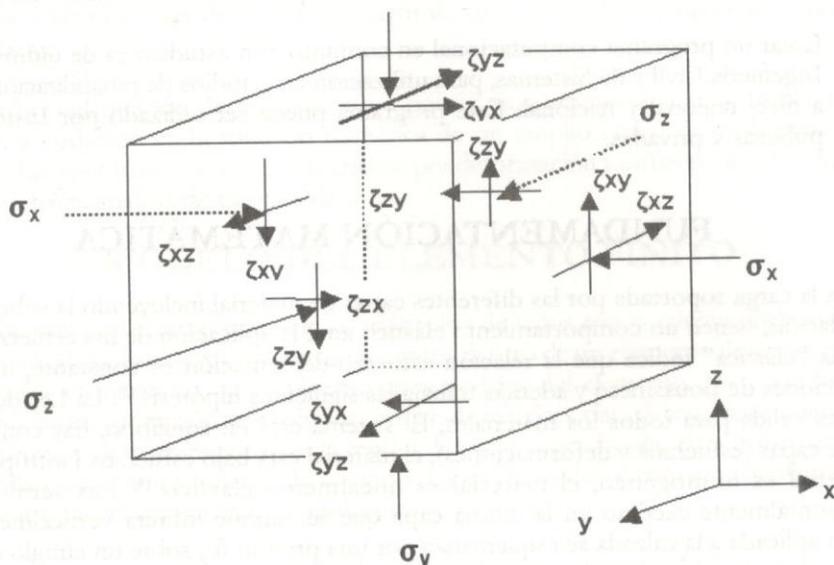
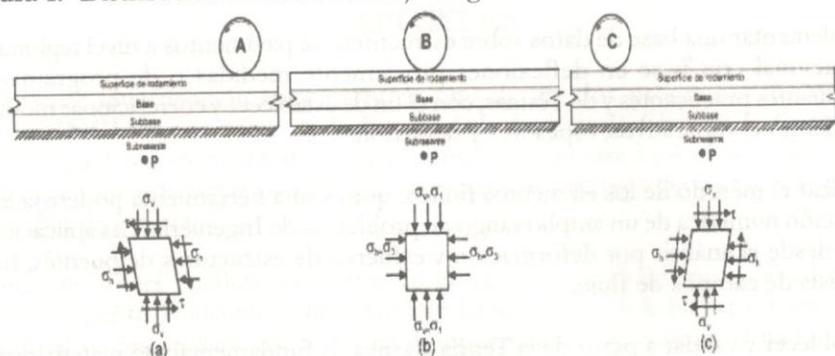


Figura 2. Estado de esfuerzos tridimensionales

En la figura 2 se muestra el estado de esfuerzos tridimensional que actúa en cualquier punto del suelo de la gráfica anterior.

Ecuaciones Diferenciales de Equilibrio

Como se observa sobre cada cara del elemento actúan tres fuerzas: dos cortantes y una axial. Tomando un plano de coordenadas bidimensionales y asumiendo un plano perpendicular unitario, se pueden eliminar algunos esfuerzos. Al resolver este sistema tomando momentos con respecto a un vértice del elemento⁽⁵⁾, resulta:

$$\zeta_{xz} = \zeta_{yx} ; \zeta_{zx} = \zeta_{xz} ; \zeta_{yz} = \zeta_{zy}$$

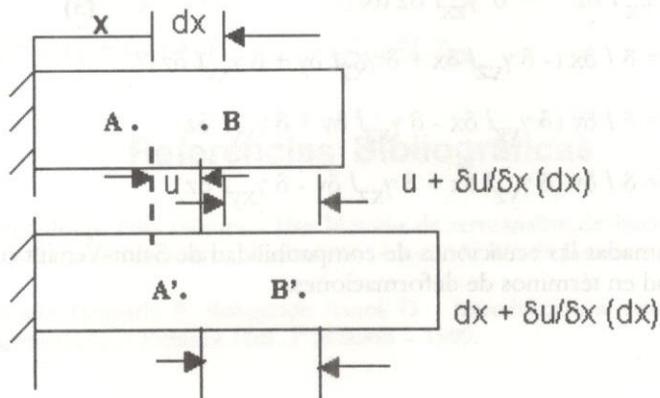
De lo anterior asumimos que $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \zeta_{xy}, \zeta_{yx}$ son independientes del plano Z. Luego tomando \dot{O} Fuerzas en $X = 0$, simplificando se obtiene el siguiente sistema ampliado a tres dimensiones:

$$\begin{aligned} \delta\sigma_x / \delta x + \delta\zeta_{yx} / \delta y + \delta\zeta_{zx} / \delta z + F_x &= 0 \\ \delta\sigma_y / \delta y + \delta\zeta_{xy} / \delta x + \delta\zeta_{zy} / \delta z + F_y &= 0 \\ \delta\sigma_z / \delta z + \delta\zeta_{xz} / \delta x + \delta\zeta_{yz} / \delta z + F_z &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

De acuerdo a la ecuación 1, seis ecuaciones son independientes. Las ecuaciones de los tres momentos han sido utilizadas para relacionar las componentes de los esfuerzos de corte y no pueden ser utilizadas de nuevo como ecuaciones que gobiernen en la teoría de la elasticidad. Por lo tanto para tener que desarrollar ecuaciones adicionales para resolver el sistema de esfuerzos a través del cuerpo. Estas ecuaciones están relacionadas en la forma esfuerzo-deformación generalizados por la Ley de Hooke para cuerpos elásticos.

Ecuaciones Deformación - Desplazamiento

Un cuerpo está deformado cuando la posición relativa de los puntos son cambiados. Esto contrasta con los cuerpos rígidos donde la distancia de cualquiera dos puntos permanecen fijos. Las relaciones deformación-desplazamiento están basadas sobre la continuidad de desplazamientos y deformaciones infinitesimales.



$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \delta u / \delta x & \gamma_{xy} &= \delta u / \delta y + \delta v / \delta x \\
 \varepsilon_y &= \delta v / \delta y & \gamma_{yz} &= \delta v / \delta z + \delta w / \delta y \\
 \varepsilon_z &= \delta w / \delta z & \gamma_{zx} &= \delta w / \delta x + \delta u / \delta z
 \end{aligned} \tag{2}$$

se puede observar que: $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$ $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$ $\gamma_{zx} = \gamma_{xz}$

Estas expresiones son llamadas relaciones deformación-desplazamiento y definen los componentes de las deformaciones en términos de los desplazamientos. En las ecuaciones de equilibrio, las coordenadas x , y , z en el cuerpo en equilibrio se asumen distribuidas sobre un cuerpo deformado, mientras que en las ecuaciones deformación-desplazamiento las mismas coordenadas están referidas a cuerpos no deformados. Debido a que se asumieron deformaciones infinitesimales, las coordenadas x , y , z pueden representar coordenadas no deformadas que conducirán a mínimos errores. En elasticidad finita esta expresión no es válida.

Ecuaciones de Compatibilidad

Las ecuaciones anteriores, se tratan de un conjunto de seis ecuaciones para componente de deformación, pero en función de sólo tres componentes del desplazamiento. Si especificamos éstas últimas en función de x , y , z , podemos obtener las deformaciones. Sin embargo podemos razonar a la "inversa" y a partir del hecho de que las seis deformaciones-componentes-sean funciones dadas de las mismas variable x , y , z . En este caso tenemos seis ecuaciones para el cálculo de tres incógnitas: u , v y w . Las componentes de las deformaciones no se pueden definir arbitrariamente si queremos encontrar funciones de desplazamiento únicas y continuas, por lo tanto deben existir al menos tres ecuaciones adicionales que nos permitan establecer la relación biunívoca entre deformaciones y desplazamientos.

$$\begin{aligned}
 \delta^2 \varepsilon_x / \delta y^2 + \delta^2 \varepsilon_y / \delta x^2 &= \delta^2 \gamma_{xy} / \delta x \delta y \\
 \delta^2 \varepsilon_y / \delta z^2 + \delta^2 \varepsilon_z / \delta y^2 &= \delta^2 \gamma_{yz} / \delta y \delta z \\
 \delta^2 \varepsilon_z / \delta x^2 + \delta^2 \varepsilon_x / \delta z^2 &= \delta^2 \gamma_{zx} / \delta z \delta x
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$2 \delta^2 \varepsilon_x / \delta y \delta z = \delta / \delta x (-\delta \gamma_{yz} / \delta x + \delta \gamma_{xz} / \delta y + \delta \gamma_{xy} / \delta z)$$

$$2 \delta^2 \varepsilon_y / \delta z \delta x = \delta / \delta y (\delta \gamma_{yz} / \delta x - \delta \gamma_{xz} / \delta y + \delta \gamma_{xy} / \delta z)$$

$$2 \delta^2 \varepsilon_z / \delta x \delta y = \delta / \delta y (\delta \gamma_{yz} / \delta x + \delta \gamma_{xz} / \delta y - \delta \gamma_{xy} / \delta z)$$

las cuales son llamadas las ecuaciones de compatibilidad de Saint-Venant o ecuaciones de compatibilidad en términos de deformaciones.

Relaciones de Esfuerzo - Deformación

El primer grupo de las ecuaciones de equilibrio se desarrolló independientemente de las ecuaciones de deformación-desplazamiento. La forma de interrelacionarlos se realizará a través de la Ley de Hooke. Bajo el concepto de deformaciones infinitesimales, las ecuaciones anteriores son válidas para cualquier cuerpo sólido. Las relaciones entre componentes de esfuerzos y deformaciones, dependen sin embargo de las propiedades del sólido en particular, el cual debe cumplir como elemento elástico, lo cual indica que sus dimensiones originales son recuperadas una vez se remueven las fuerzas actuantes. Igualmente el estudio se limitará a materiales que posean una relación lineal en su relación esfuerzo-deformación (rango elástico).

Las ecuaciones de equilibrio y las de deformación-desplazamiento, juntas constituyen nueve (9) ecuaciones. Nosotros hemos introducido quince (15) incógnitas: seis (6) componentes de esfuerzos, seis (6) componentes de deformación y tres (3) componentes de desplazamiento. Por lo tanto otras seis (6) ecuaciones se deben desarrollar para resolver las incógnitas planteadas, que debe satisfacer un cuerpo elástico en equilibrio.

Para un estado general de esfuerzos, las relaciones esfuerzo-deformación, son conocidas como Ley de Hooke generalizada, que son:

$$\epsilon_x = /E \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} \quad \gamma_{xy} = /G (\zeta_{xy})$$

$$\epsilon_y = /E \{ \sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) \} \quad \gamma_{yz} = /G (\zeta_{yz})$$

$$\epsilon_z = /E \{ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \} \quad \gamma_{zx} = /G (\zeta_{zx})$$

Estas ecuaciones se pueden dar como esfuerzos en términos de deformaciones, las cuales serían:

$$\sigma_x = 2G \epsilon_x + \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \quad \zeta_{xy} = G \gamma_{xy}$$

$$\sigma_y = 2G \epsilon_y + \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \quad \zeta_{yz} = G \gamma_{yz}$$

$$\sigma_z = 2G \epsilon_z + \lambda(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \quad \zeta_{zx} = G \gamma_{zx}$$

Referencias Bibliográficas

- (1) da Fonseca, Jorge Luiz Gomes - Um Método de retroanalise de Bacias de deflexao de Pavimentos- – Tesis de Maestría – Universidad Federal de Río de Janeiro – Abril 2002.
- (2) Chandrupatla Tirupathi R, Belegundu Ashok D. - Introducción al estudio del Elemento Finito en Ingeniería –,- Prentice Hall, 2ª Edición – 1999.

- (3) Bowles, Joseph E - Propiedades Geofísicas de los suelos.- Editorial Lerner-Bogotá 1982..
- (4) Reyes Fredy-Diseño Racional de Pavimentos Ediciones Escuela Colombiana de Ingeniería. – 2ª Edición – 2003.
- (5) Paute J.L , Hornych P , Benaben J.P- Flexible Pavements- Repeated load Triaxial of granular materials in the French network of Laboratories des Points et Chaussées – European Symposium Euro flex 1993 – Edited A. Gomes Correia.
- (6) Garnica Paul A., López José A., Sesma Jesús A.- Mecánica de materiales para Pavimentos – Instituto Mexicano del transporte –
- (7) Chi Chou Pei, Pagano Nicholas J.- Elasticity – Tensor, Dyadic and Engineering approaches –Dover publications, inc., NY. – 1992.
- Yoder - Principles of Pavement Design –. John Wiley & Sons – Londres – 1959.
- Marsten Jerrold E, Tromba Anthony J.- Cálculo Vectorial – Editorial Pearson, 4ª Edición. 1998.
- AASHTO (1986), “AASHTO Guide for Design of Pavement Structures,” American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C.
- AASHTO (1993), “Guide for Design of Pavement Structures, American Association of State Highway and Transportation Officials,” Washington. D.C.
- Asphalt Institute (1983), “Asphalt Overlays for Highway and Street Pavement Rehabilitation,” Manual Series No. 17, the Asphalt Institute, College Park, Maryland, June 1983.
- Chou, Y. J., Uzan, J., and Lytton, R. (1989), “Backcalculation of Layer Moduli from Nondestructive Pavement Deflection Data Using the Expert System Approach,” Nondestructive Testing of Pavements and Backcalculation of Moduli, ASTM STP 1026, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 341 - 354.
- Darter, M., Barenberg, E., and Yrjanson, W. (1985), “Joint Repair Methods for Portland Cement Concrete Pavements, NCHRP Report 281, Transportation Research Board, Washington, DC.
- Darter, M.I., Elliott, R.P., and Hall, K.T. (1991), “Revision of AASHTO Pavement Overlay Design Procedure,” Project 20-7/39, National Cooperative Highway Research Program, Transportation Research Board, Washington, D.C., September 1991.
- Dempsey B. J., Herlache W. A., Pattel A. J.- Climatic - Materials -Structural Pavement Analysis Program.- Transportation Research Record (TRR), No. 1095.- USA, 1986.
- Edwards, W. Green, R., and Gilfert, J. (1989), “Implementation of a Dynamic Deflection System for Rigid and Flexible Pavements in Ohio,” Report No. FHWA/OH 89-020.
- Foxworthy, P. (1985), “Concepts for the Development of a Nondestructive Testing and Evaluation System for Rigid Airfield Pavements,” PhD Dissertation, Department of Civil

Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign.

Greer, W. (1990), "Seasonal Variation in Joint Efficiency of Dowelled Concrete Pavements," Third International Conference on Bearing Capacity of Roads and Airfields, Trondheim, Norway, pp 65-74.

Hicks, R.G. and McHattie, R. (1982), "Use of Layered Theory in the Design and Evaluation of Pavement Systems," Report FHWA-AD-RD-83-8, Alaska DOT.

Horak, E. (1987), "The Use of Surface Deflection Basin Measurements in the Mechanistic Analysis of Flexible Pavements," *Proceedings*, Vol. 1, Sixth International Conference Structural

Huang Y.H.- Design of Asphalt Pavements, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan. 14.- Pavement Analysis and Design.- Prentice Hall Eds., 1996

Larsen, T. (1990), "Test Procedures for Rigid Pavements Using Falling Weight Deflectometer," Third International Conference on Bearing Capacity of Roads and Airfields, Trondheim, Norway, pp 139-147.

Newcomb, D.E. (1986), "Development and Evaluation of Regression Methods to Interpret Dynamic Pavement Deflections," Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, University of Washington, Seattle, Washington.

Newcomb, D.E. and Birgisson, B. (1999), "Measuring In Situ Mechanical Properties of Pavement Subgrade Soils, Synthesis No. 278, National Cooperative Highway Research Program, Transportation Research Board, Washington, DC

Neville, A.M., *Properties of Concrete*, John Wiley and Sons, New York, 1975, p. 320.

Rada, G. and Witzczak, M. (1981), "Comprehensive Evaluation of Laboratory Resilient Moduli Results for Granular Material," Transportation Research Record 810, Transportation Research Board, Washington, DC.

Raja, Z. and Snyder, M. (1991), "Factors Affecting Deterioration of Transverse Cracks in Jointed Reinforced Concrete Pavements," Transportation Research Record 1307, Transportation Research Board, Washington, DC, pp 162-168.

Rohde, G.T., and Scullion, T. (1990), "MODULUS 4.0: Expansion and Validation of the MODULUS Backcalculation System," Research Report No. 1123-3, Texas Transportation Institute, Texas A&M University System, College Station, Texas, November 1990.

Shook, J.F., Finn, F.N., Witzczak, M.W., and Monismith, C.L. (1982), "Thickness Design of Asphalt Pavements — The Asphalt Institute Method," *Proceedings, Fifth International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements*, The Delft University of Technology, The Netherlands.

Terrel, R., Epps, J., Barenberg, E., and Mitchell, J. (1979), "Soil Stabilization in Pavement Structures: A User's Manual, Volumes I and II," FHWA-IP-80-2, Federal Highway Administration.

Ullidtz, P. (1987), "Pavement Analysis," Elsevier.